

PROYECTO ESTUDIOS MATEMÁTICOS NM

**INCIDENCIA DE LA ESPERANZA DE VIDA Y EL PIB PER CÁPITA EN EL
ÍNDICE DE DESARROLLO HUMANO**

NÚMERO DE PALABRAS: 1985

TABLA DE CONTENIDOS

A. INTRODUCCIÓN.....	1
B. INFORMACIÓN Y MEDICIONES.....	1
C. PROCEDIMIENTOS MATEMÁTICOS.....	3
D. INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS.....	9
E. VALIDEZ.....	9
F. BIBLIOGRAFÍA.....	10

A. Introducción:

Esta **tarea** tiene como objetivo determinar hasta qué punto parámetros como la esperanza de vida y el PIB per cápita, inciden en el índice de desarrollo humano (IDH), tomado como indicador en general. El IDH fue creado por el Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo, y tiene como objetivo la medición del nivel de desarrollo humano en un territorio determinado (Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo: Colombia, 2014). Para la medición de este índice se toman como referencia tres medidas: riqueza (índice de PIB per cápita), salud (índice de esperanza de vida) y educación.

Para desarrollar esta tarea, el **plan** a seguir consistirá en recopilar los datos del IDH, la esperanza de vida y el PIB per cápita para más tarde poder analizar los datos por medio de procesos matemáticos que servirán como herramienta para interpretar y dar una explicación justificada al problema que se planteó al principio del proyecto. Serán también aplicados distintos conceptos incluidos en estadística con dos variables, como lo son el coeficiente de correlación y recta de mejor ajuste, además de otros conceptos que se consideren necesarios, incluyendo linealización de curvas por logaritmación. Lo anterior servirá para encontrar que tanto impacto tienen los parámetros (PIB per cápita y esperanza de vida) en la determinación del indicador (IDH).

Al terminar de tomar y procesar datos se podrán interpretar y analizar los resultados. Esto será plasmado en la conclusión y validez, donde se encuentran limitaciones y mejoras en cuanto a procesos y situaciones que pudieron dificultar el tratamiento del tema; con esto también se encontrarán recomendaciones que se debieron haber seguido para mejorar el proyecto.

B. Información y mediciones:

Los datos que se emplearan para este proyecto, fueron los tomados del año 2012.

El IDH es un promedio simple, dado por principales índices de los componentes del indicador; algunos de ellos son: el índice de esperanza de vida, el índice de nivel educativo y el índice del PIB real per cápita (PPA en dólares) (Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo:

Colombia , 2014). Sin embargo, los datos que van a ser utilizados, están medidos en años, para la esperanza de vida y en dólares, para el PIB per cápita, omitiendo el nivel de educación y los procesos para calcular los índices.

Tabla 1:

AÑO 2012					
	País	IDH	Esperanza de vida (años)	IDH	PIB per cápita (US\$)
1	Alemania	0,920	80,6	0,920	41863
2	Argentina	0,811	76,1	0,811	11573
3	Australia	0,938	82,0	0,938	67556
4	Austria	0,895	81,0	0,895	46642
5	Barbados	0,825	77,0	0,825	14917
6	Bélgica	0,897	80,0	0,897	43372
7	Bosnia y Herzegovina	0,735	75,8	0,735	4556
8	Bulgaria	0,782	73,6	0,782	6978
9	Canadá	0,911	81,1	0,911	52219
10	Chipre	0,848	79,8	0,848	26070
11	Colombia	0,719	73,9	0,719	7748
12	Croacia	0,805	76,8	0,805	13881
13	Dinamarca	0,901	79,0	0,901	56326
14	Eslovenia	0,892	79,5	0,892	22000
15	España	0,885	81,6	0,885	28624
16	Estados Unidos	0,937	78,7	0,937	51749
17	Estonia	0,846	75,0	0,846	16717
18	Federación de Rusia	0,788	69,1	0,788	14037
19	Finlandia	0,892	80,1	0,892	45721
20	Francia	0,893	81,7	0,893	39772
21	Grecia	0,860	80,0	0,860	22083
22	Hungría	0,831	74,6	0,831	12531
23	Irlanda	0,916	80,7	0,916	45932
24	Islandia	0,906	81,9	0,906	42416
25	Italia	0,881	82,0	0,881	33072
26	Japón	0,912	83,6	0,912	46720
27	Letonia	0,814	73,6	0,814	14008
28	Lituania	0,818	72,5	0,818	14183
29	Luxemburgo	0,875	80,1	0,875	103828
30	Malta	0,847	79,8	0,847	20848
31	Mauricio	0,737	73,5	0,737	8120
32	México	0,775	77,1	0,775	9749
33	Nicaragua	0,599	74,3	0,599	1754
34	Noruega	0,955	81,3	0,955	99558
35	Nueva Zelandia	0,919	80,8	0,919	37749

B2

36	Países Bajos	0,921	80,8	0,921	45955
37	Panamá	0,78	76,3	0,78	9534
38	Polonia	0,821	76,3	0,821	12708
39	Portugal	0,816	79,7	0,816	20165
40	Reino Unido	0,875	80,3	0,875	39093
41	República Checa	0,873	77,8	0,873	18683
42	Rumania	0,786	74,2	0,786	9036
43	Singapur	0,895	81,2	0,895	51709
44	Sudáfrica	0,629	66,2	0,629	7508
45	Suecia	0,916	81,6	0,916	55041
46	Suiza	0,913	82,5	0,913	78925
47	Turquía	0,722	74,2	0,722	10666
48	Ucrania	0,740	68,8	0,740	3867
49	Uruguay	0,792	77,2	0,792	14703
50	Venezuela	0,748	74,6	0,748	12729

Datos tomados del Banco Mundial y PNUD

B2

C. Procedimientos matemáticos:

Para poder encontrar la correlación entre las variables (IDH – Esperanza de vida e IDH – PIB per cápita), fue necesario determinar la desviación estándar y covarianza de los datos seleccionados anteriormente, para luego proceder a encontrar el coeficiente de correlación de Pearson y luego generar un diagrama de puntos y hacer la recta de mejor ajuste.

- **Esperanza de vida vs. IDH**

Variables	Promedios
IDH (x)	0,840
Esp. Vida (y)	77,8 años

C3

Desviación estándar:

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

$$S_y = \sqrt{\frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{n}}$$

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum (x_i - 0.840)^2}{50}}$$

$$S_y = \sqrt{\frac{\sum (y_i - 77.8)^2}{50}}$$

$$S_x = \sqrt{0.006}$$

$$S_y = \sqrt{14.86}$$

$$S_x = 0.078$$

$$S_y = 3.85$$

Covarianza:

$$S_{xy} = \frac{\sum x_i y_i}{n} - \bar{x} \bar{y}$$

$$S_{xy} = 0.25$$

Coefficiente de correlación de Pearson:

$$r = \frac{S_{xy}}{S_x S_y}$$

$$r = \frac{0.25}{(0.078)(3.85)}$$

$$r = 0.82$$

El hecho de que el resultado sea 0.82, quiere decir que la relación entre la esperanza de vida y el IDH es fuerte, positiva y lineal.

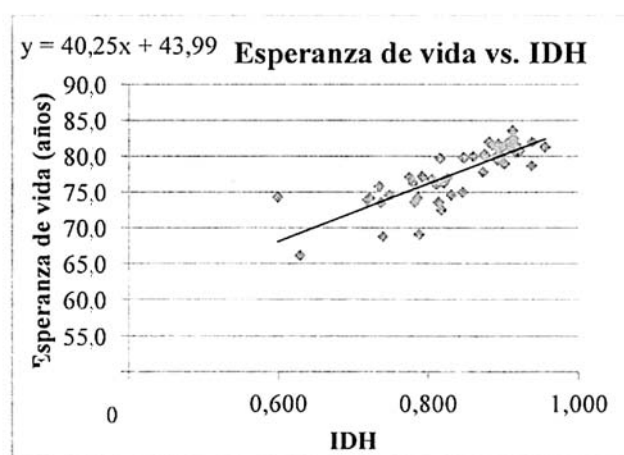
Recta de mejor ajuste:

$$y - \bar{y} = \frac{S_{xy}}{(S_x)^2} (x - \bar{x})$$

$$y - 77.8 = \frac{0.25}{(0.078)^2} (x - 0.840)$$

$$y = 40.25x - 43.99$$

En el diagrama a continuación se muestran los datos de Esperanza de vida vs. IDH graficados; con ellos también, la ecuación de la recta y la línea de mejor ajuste.

Gráfica 1:

- **PIB per cápita vs. IDH**

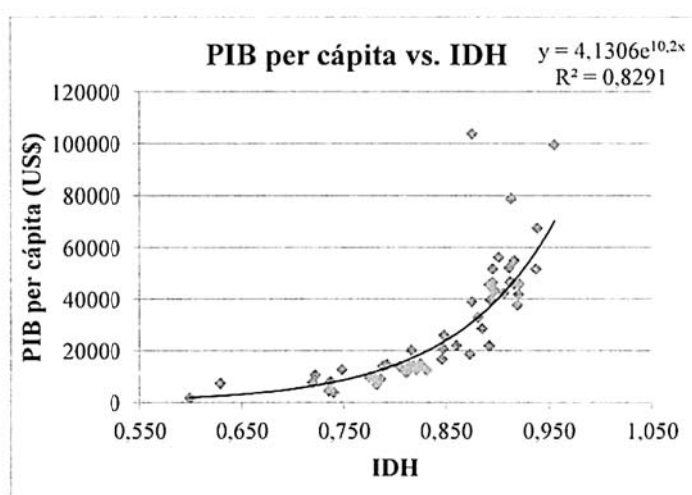
En el caso de los datos del PIB per cápita y el IDH mostrados en la Tabla 1 y graficados en la gráfica 2, se puede observar claramente que los datos no se comportan de forma lineal, cuando se

calculó el coeficiente de correlación, este dio como resultado 0.75, lo que quiere decir que la correlación es fuerte, pero al hacer la gráfica 2 es claro que los valores presentados para el PIB per cápita y el IDH se comportan de forma exponencial, ya que los valores r y r^2 para esta clase de función son bastantes cercanos a 1, 0.91 y 0.83 respectivamente. Si se toma como un comportamiento lineal, los valores r y r^2 se alejan de 1, al igual que en el caso de un comportamiento de una función polinómica de segundo, tercer o cuarto grado; así que la que mejor ajuste tiene, es la función exponencial.

C3

Gráfica 2:

G1



Para poder manipular los datos, se linealizará la función exponencial por logaritmación (Sandoval, 2012). Esta función está dada por la ecuación $y = ae^{bx}$. Ahora bien, para linealizar esto, se deberá recurrir al logaritmo natural (neperiano – \ln), que son logaritmos que se basan en la constante e (2.718). Con esto se logrará llegar a tener una función lineal, esto se puede justificar cuando se toma la ecuación de la función exponencial y se usan logaritmos naturales:

$$y = ae^{bx}$$

G1

$$\ln y = \ln (a + e^{bx})$$

$$\ln y = \ln a + \ln e^{bx}$$

Por leyes de los logaritmos la ecuación pasa a ser:

$$\ln y = \ln a + bx \ln e$$

- $\ln e = 1$

$$\ln y = \ln a + bx$$

C3

Con la ecuación obtenida, se puede observar que se tiene una estructura parecida a la de la ecuación de una línea recta ($y = mx + b$), siendo $\ln y$ la variable y , $\ln a$ el y -intercepto y bx la pendiente por la variable x , lo anterior significa que se harán los procesos como si fuera una lineal.

A continuación se calculará el logaritmo natural de los datos presentados en la tabla 1 del IDH y el PIB per cápita. Los resultados son mostrados en la tabla 2.

Tabla 2:

	ln IDH	ln PIB per cápita
1	-0,0834	10,6422
2	-0,2095	9,3564
3	-0,0640	11,1207
4	-0,1109	10,7503
5	-0,1924	9,6103
6	-0,1087	10,6776
7	-0,3079	8,4242
8	-0,2459	8,8505
9	-0,0932	10,8632
10	-0,1649	10,1685
11	-0,3299	8,9552
12	-0,2169	9,5383
13	-0,1043	10,9389
14	-0,1143	9,9988
15	-0,1222	10,2620
16	-0,0651	10,8542
17	-0,1672	9,7242
18	-0,2383	9,5495
19	-0,1143	10,7303
20	-0,1132	10,5909
21	-0,1508	10,0026
22	-0,1851	9,4360
23	-0,0877	10,7349
24	-0,0987	10,6553
25	-0,1267	10,4064
26	-0,0921	10,7519

27	-0,2058	9,5474
28	-0,2009	9,5598
29	-0,1335	11,5505
30	-0,1661	9,9450
31	-0,3052	9,0021
32	-0,2549	9,1849
33	-0,5125	7,4697
34	-0,0460	11,5085
35	-0,0845	10,5387
36	-0,0823	10,7354
37	-0,2485	9,1626
38	-0,1972	9,4500
39	-0,2033	9,9117
40	-0,1335	10,5737
41	-0,1358	9,8354
42	-0,2408	9,1090
43	-0,1109	10,8534
44	-0,4636	8,9237
45	-0,0877	10,9158
46	-0,0910	11,2763
47	-0,3257	9,2748
48	-0,3011	8,2602
49	-0,2332	9,5958
50	-0,2904	9,4516

Lo anterior se debe hacer para poder generar una gráfica de carácter lineal, calcular el coeficiente de correlación y la recta de mejor ajuste.

Variables	Promedios
ln IDH (x)	-0,1792
ln PIB per cápita (y)	9,985

G1

C3

Desviación estándar:

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

$$S_y = \sqrt{\frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{n}}$$

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum (x_i - (-0.1792))^2}{50}}$$

$$S_y = \sqrt{\frac{\sum (y_i - 9.985)^2}{50}}$$

$$S_x = \sqrt{0.009}$$

$$S_y = \sqrt{0.769}$$

$$S_x = 0.098$$

$$S_y = 0.877$$

G1

Covarianza:

$$S_{xy} = \frac{\sum x_i y_i}{n} - \bar{x} \bar{y}$$

$$S_{xy} = 0.078$$

Coefficiente de correlación de Pearson:

$$r = \frac{S_{xy}}{S_x S_y}$$

$$r = \frac{0.078}{(0.098)(0.877)}$$

$$r = 0.89$$

Como el resultado es cercano a 1, esto quiere decir que la relación entre el ln PIB per cápita y ln IDH es muy fuerte, positiva y lineal.

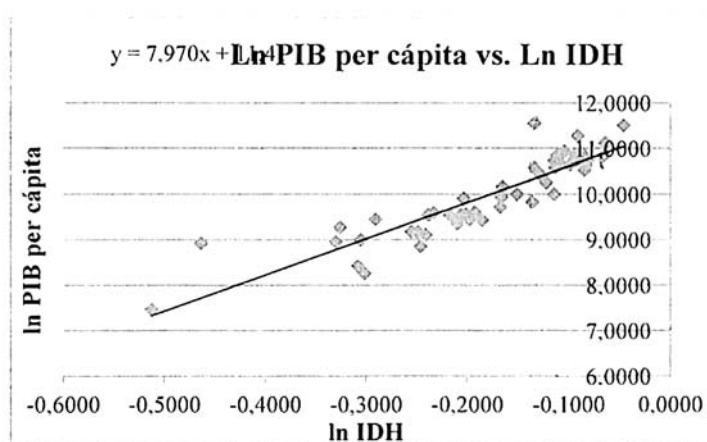
Recta de mejor ajuste:

$$y - \bar{y} = \frac{S_{xy}}{(S_x)^2} (x - \bar{x})$$

$$y - 9.985 = \frac{0.078}{(0.098)^2} (x - (-0.1792))$$

$$y = 7.97x + 11.41$$

En la gráfica 3, serán graficados los datos de la tabla 2.

Gráfica 3:

C3

G1

D2

D. Interpretación de resultados:

Después de haber procesado y examinado con detenimiento los datos, se puede concluir que con este proyecto se alcanzaron las respuestas que habían sido esperadas en la introducción del mismo. Se logró determinar con claridad y con base en diversos procesos matemáticos, la incidencia que tienen la esperanza de vida y el PIB per cápita sobre el índice de desarrollo humano. Del mismo modo, los resultados dejan percibir que, efectivamente existe una relación entre el IDH, como variable independiente, y sus dos componentes, como variables dependientes, es fuerte y positiva, lo que se muestra por medio del coeficiente de correlación de Pearson, que dio como resultado 0.82 (Esperanza de vida vs. IDH) y 0.89 (ln PIB per cápita vs. ln IDH). El hecho de que ambos coeficientes hayan dado cercanos a 1 permite demostrar que si el índice de desarrollo humano sube, el PIB per cápita o la esperanza de vida, también incrementarán de forma positiva, lineal y, de algún modo, proporcional según las dos ecuaciones de la recta calculadas en ambos procesamientos de las variables.

A primera vista, se pudo apreciar, y como se muestra en la gráfica 1, que la Esperanza de vida vs. IDH aumentaba de forma lineal, mientras que en el caso del PIB per cápita se encontró (gráfica 2) que existía un incremento positivo, pero no un comportamiento lineal; lo anterior pudo ser interpretado ya que el valor de r y r^2 demostraron que podía existir otra función que se ajustaba mejor a los datos, y esta, según varias herramientas, fue la función exponencial. Lo previamente mencionado, tuvo que ser mejorado por medio de la logaritmación, situación que se tratará en el siguiente punto del proyecto.

E. Validez:

En este proyecto se muestran bastantes procesos matemáticos estudiados como lo son la estadística con dos variables, lo cual permitió darle respuesta a la cuestión que se había planteado en un principio. Sin embargo, cuando se realizaron los procesos y la gráfica 2 de PIB per cápita vs. IDH, se encontraron dificultades, ya que el comportamiento no era lineal, algo que tuvo que ser solucionado con el uso de otras herramientas tecnológicas y nuevos conocimientos que no habían sido abarcados con profundidad, como lo son los logaritmos. Lo anterior se puede mostrar

en la tabla 2 y la gráfica 3. El hecho de haber continuado los procesos de la función lineal basados en los logaritmos naturales, pudo haber afectado la precisión y exactitud de los datos

Algo que pudo haber mostrado con más claridad la relación entre el IDH y sus componentes habría sido escoger con más detenimiento los países y sus datos, por ejemplo haber tomado sólo países desarrollados o subdesarrollados; tal vez eso hubiera mostrado con mayor exactitud la correlación.

F. Bibliografía:

Becerra, J. (s.f.). *Matemáticas Básicas: Leyes de exponentes y logaritmos*. Recuperado el 10 de Enero de 2014, de FCA UNAM:

http://www.fca.unam.mx/docs/apuntes_matematicas/04.%20Leyes%20de%20Exponentes%20y%20Logaritmos.pdf

Grupo del Banco Mundial. (2014). *Datos: PIB per cápita (US\$ a precios actuales)*. Recuperado el 10 de Enero de 2014, de El Banco Mundial:

<http://datos.bancomundial.org/indicador/NY.GDP.PCAP.CD>

Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo (PNUD). (2011). *Table 1: Human Development Index and its components*. Recuperado el 10 de Enero de 2014, de Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo (PNUD): <https://data.undp.org/dataset/Table-1-Human-Development-Index-and-its-components/wxub-qc5k>

Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo: Colombia . (2014). *El Índice de Desarrollo Humano: IDH*. Recuperado el 10 de Enero de 2014, de Desarrollo Humano:

<http://www.pnud.org.co/sitio.shtml?apc=i-----&s=a&m=a&e=B&c=02008#.UtHNfPTuLPo>

Sandoval, D. (18 de noviembre de 2012). *Linealización*. Recuperado el 25 de enero de 2014, de SlideShare: <http://www.slideshare.net/danisandoval/linealizacion-1>